

1.3 Haakjes, commutatief, associatief en distributief.

Als in een serie bewerkingen een bewerking tussen **haakjes** staat dan gaat deze vóór op de andere.

$$12 - (3 + 2) = 12 - 5 = 7.$$

We zullen even stilstaan bij de begrippen commutatief, associatief en distributief hoewel deze begrippen in de middelbare schoolboeken niet voorkomen. Als een soort bewustwording.

Een bewerking heet **commutatief** als je de getallen waarop je de bewerking uitvoert kunt omwisselen (zonder dat de uitkomst verandert).

Optellen en vermenigvuldigen zijn commutatief maar aftrekken en delen zijn niet commutatief.

$$4 + 3 = 3 + 4 \text{ en } 3 \times 4 = 4 \times 3. \text{ Maar } 4 - 3 \neq 3 - 4 \text{ en } 4 : 8 \neq 8 : 4.$$

Een bewerking heet **associatief** als je zelf de volgorde mag bepalen wanneer je deze bewerking in een serie bewerkingen een aantal maal achter elkaar moet uitvoeren.

Optellen en vermenigvuldigen zijn associatief maar aftrekken en vermenigvuldigen zijn niet associatief.

$$3 + 4 + 5 = 7 + 5 = 12, \text{ maar ook: } 3 + 4 + 5 = 3 + 9 = 12. \text{ Ofwel: } 3 + 4 + 5 = (3 + 4) + 5 = 3 + (4 + 5).$$

$$\text{Zo ook: } 3 \times 4 \times 5 = (3 \times 4) \times 5 = 12 \times 5 = 60, \text{ maar ook: } 3 \times 4 \times 5 = 3 \times (4 \times 5) = 3 \times 20 = 60$$

Maar: $12 - 5 - 3 = 7 - 3 = 4$ en $12 - 5 - 3 \neq 12 - (5 - 3)$ want $12 - 2 = 10$. Dit moet dus gewoon van links naar rechts.

En: $48 : 6 : 2 = 8 : 2 = 4$. Pas op: $48 : 6 : 2 \neq 48 : 3$, dit zou 16 zijn. Dit moet dus ook gewoon van links naar rechts.

Maak gebruik van deze eigenschappen bij optellen en vermenigvuldigen!

$$2 + 317 + 98 = 2 + 98 + 317 = 100 + 317 = 417 \text{ (ipv het moeilijke } 319 + 98 = \dots)$$

$$2 \times 317 \times 5 = 2 \times 5 \times 317 = 10 \times 317 = 3170 \text{ (ipv het moeilijke } 634 \times 5 = \dots)$$

Distributief: Vermenigvuldigen werkt distributief over optellen en aftrekken. Een definitie in woorden is nogal ingewikkeld daarom enkele voorbeelden.

$$3 \times 24 = 3 \times (20 + 4).$$

Vermenigvuldigen is herhaald optellen dus: $3 \times (20 + 4) = 20 + 4 + 20 + 4 + 20 + 4$.

Met de eigenschappen van hierboven is dit ook te schrijven als: $20 + 20 + 20 + 4 + 4 + 4$,

dus als $3 \times 20 + 3 \times 4$.

Alles bij elkaar: $3 \times (20 + 4) = 3 \times 20 + 3 \times 4$. De vermenigvuldiging met 3 wordt *verdeeld* over 20 en 4.

Dit past iedereen regelmatig toe, vaak zonder het te beseffen.

$$5 \times 37 = 5 \times (30 + 7) = 5 \times 30 + 5 \times 7 = 150 + 35 = 185.$$

$$\text{Ook geldt: } 5 \times 37 = 5 \times (40 - 3) = 5 \times 40 - 5 \times 3 = 200 - 15 = 185.$$

Bij hoofdrekenen maar ook bij letterrekenen (algebra) moet je goed beseffen wat wel en wat niet “mag”.

$12 : (4 - 3)$ is natuurlijk *niet* $12 : 4 - 12 : 3$. (Dit zou $3 - 4 = -1$ zijn terwijl er 12 uit moet komen.)

Wat wel klopt is: $(12 + 8) : 4 = 12 : 4 + 8 : 4 = 3 + 2 = 5$. (Zowel 12 als 8 moeten door 4 gedeeld worden).

Ook is het volgende waar: $(12 - 8) : 4 = 12 : 4 - 8 : 4 = 3 - 2 = 1$. Dus links is het niet juist, rechts wel.

Voor je verder gaat nadenken over breuken zijn deze laatste twee erg belangrijk om te weten.

$$\text{Dus: } (12 + 9) : 3 = 12 : 3 + 9 : 3 = 4 + 3 = 7$$

$$\text{en } (12 - 9) : 3 = 12 : 3 - 9 : 3 = 4 - 3 = 1$$