1.4 Breuken.

Wat is een breuk? Een breuk is een deling, maar een breuk is ook een getal!

$\frac{1}{2}$ betekent: 1 gedeeld door 2. Als je één pizza in twee gelijke delen deelt dan is één zo'n deel een halve pizza, dus $\frac{1}{2}$ pizza. Hetzelfde geldt voor de breuken $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{5}$ enz.

Wat is dan: $\frac{2}{3}$? Het betekent 2 gedeeld door 3. Dus: $\frac{2}{3} = 2:3$.Als je 2 pizza's in drie gelijke delen deelt dan is één zo'deel tweederde pizza, dus $\frac{2}{3}$ pizza.

Zonder aan pizza's te denken kun je ook inzien dat $\frac{2}{3} = 2 \cdot \frac{1}{3}$. Want: $\frac{2}{3} = \frac{1}{3} + \frac{1}{3} = 2 \cdot \frac{1}{3}$.

Een keerteken, x, wordt genoteerd met een stip.

(Of: $\frac{2}{3} = \frac{(2 \cdot 1)}{3} = 2 \cdot 1 : 3 = 2 \cdot (1:3) = 2 \cdot \frac{1}{3}$)

Dit alles ziet er erg logisch uit en is het ook maar sta er toch even bij stil. Je zult dit nog heel vaak gaan toepassen binnen de wiskunde.

Een breuk heeft een **teller** en een **noemer**, de teller telt en de noemer noemt, geeft een naam.

Dus van $\frac{2}{3}$ is 2 de teller en 3 de noemer want het is 2 keer de breuk een derde.

12 : 3 = 4 en 24 : 6 = 4. Als je bij een deling het getal wat je gaat delen en het getal waardoor je deelt met hetzelfde getal vermenigvuldigt, blijft de uitkomst uiteraard hetzelfde.

Dus $\frac{12}{3} = \frac{24}{6}$. In een breuk kan je teller en noemer met hetzelfde getal vermenigvuldigen (zonder dat de waarde van de breuk verandert). Dus ook: $\frac{2}{5} = \frac{6}{15}$.

Omgekeerd kan je natuurlijk ook teller en noemer door hetzelfde getal delen.

$\frac{6}{15} = \frac{3 \cdot 2}{3 \cdot 5} = \frac{2}{5}$. Dit proces wordt **wegdelen** genoemd. (Liever niet wegstrepen.)

Let op: op de plek van de getallen die je wegdeelt komen enen te staan: $\frac{3}{6} = \frac{3}{3 \cdot 2} = \frac{1}{2}$.

Delen door 0? Volgens een wiskundespreekwoord is delen door nul flauwekul. Wat betekent 3:0 of $\frac{3}{0}$?

Als 3:0 een getal is, dan zou dat getal keer nul 3 moeten zijn, want delen is het omgekeerde van vermenigvuldigen. Maar iets keer nul is altijd nul!. Dit kan dus niet.

Je kunt ook denken aan water verdelen over kannen. 6 liter water verdelen over kannen van 3 liter. Hoeveel kannen heb je nodig? 2 natuurlijk want 3 x 2 = 6. Of 6 : 3 = 2

En 6 liter water over kannen van $\frac{1}{2}$ liter verdelen? Nodig: 12 kannen, 2 kannen voor een liter, dus 6 liter heeft 12 kannen nodig. En 6 liter water over kannetjes van $\frac{1}{100}$ liter verdelen? Nodig 600 kannetjes.

En 6 liter water verdelen over kannen met ieder een inhoud van 0 liter? Dat kan natuurlijk niet.

Dus: delen door nul kan niet en delen door een getal dichtbij nul levert een heel groot getal op.

Decimale getallen ofwel kommagetallen. 0,3 betekent: $\frac{3}{10}$. 0,03 betekent $\frac{3}{100}$. 0,003 betekent $\frac{3}{1000}$ enz.

Een breuk naar een decimaal getal omrekenen is dus niks anders dan de noemer van de breuk als 10-voud (dit is een geheel getal maal 10) schrijven door de teller en de noemer handig te vermenigvuldigen. $\frac{1}{25} = \frac{4}{100} = 0{,}04$. Moeilijke breuken uiteraard met de rekenmachine.

Breuken optellen. Zoals we al zagen geldt: $\frac{1}{3} + \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$. Uiteraard klopt het volgende ook: $\frac{1}{4} + \frac{2}{4} = \frac{3}{4}$

$\frac{1}{4} + \frac{2}{4} = \frac{1}{4} + 2 \cdot \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$

Het getal 1 in vieren delen geeft vier delen, vierden. Tel je één zo'n deel op bij twee van die delen dan heb je 3 delen. Dus één vierde + 2 vierde is gelijk aan 3 vierde. Neem bijvoorbeeld een uur. Eén kwartier + twee kwartier is drie kwartier. Zoals ook $1 \cdot 5 + 2 \cdot 5 = 3 \cdot 5$

Conclusie: breuken met dezelfde noemer kun je optellen door de tellers op te tellen. Zulke breuken heten **gelijknamig**. Breuken aftrekken gaat natuurlijk net zo. Gelijknamige breuken kun je van elkaar aftrekken door de tellers van elkaar af te trekken.. Zijn breuken niet gelijknamig zoals bijv $\frac{1}{3}$ en $\frac{1}{4}$ dan moet je ze dus eerst gelijknamig maken. Aangezien je een in een breuk de teller en de noemer met hetzelfde getal kunt vermenigvuldigen, lukt dit altijd. $\frac{1}{3} + \frac{1}{4} = \frac{4}{12} + \frac{3}{12} = \frac{7}{12}$.

Een gebroken getal groter dan 1, bijv $2\frac{1}{3}$ kun je altijd als één breuk schrijven want $2 = \frac{6}{3}$ en

$2\frac{1}{3} = 2 + \frac{1}{3}$ dus $2\frac{1}{3} = 2 + \frac{1}{3} = \frac{6}{3} + \frac{1}{3} = \frac{7}{3}$

Breuken vermenigvuldigen. $\frac{2}{3}^{e}$ deel nemen van 15 betekent dat je 15 in 3 gelijke delen verdeelt en dan 2 delen neemt. In formulevorm: $\frac{2}{3}$ van 15 is $2 \cdot \frac{1}{3}$ van 15 is $2 \cdot 5 = 10$.

Of: $\frac{2}{3} \cdot 15 = 2 \cdot \frac{1}{3} \cdot 15 = 2 \cdot 5 = 10$. Ook juist is: $\frac{2}{3} \cdot 15 = \frac{1}{3} \cdot 2 \cdot 15 = \frac{1}{3} \cdot 30 = 10$.

Of: $\frac{2}{3} \cdot 15 = \frac{2 \cdot 15}{3} = \frac{30}{3} = 10$.

Dus als een breuk vermenigvuldigd wordt met een getal dan wordt de teller met dat getal vermenigvuldigd. Uiteraard niet de teller en de noemer want dan verandert de breuk niet van waarde. Hoeveel is $\frac{1}{3}^{e}$ deel van $\frac{1}{4}$? Is een uur in vieren gedeeld, dus een kwartier, en neem je daar één derde deel van, dus 5 minuten dan is dit natuurlijk $\frac{1}{12}$ e deel van een uur. Dus: $\frac{1}{3} \cdot \frac{1}{4} = \frac{1}{12}$

Logisch gevolg is dan: $\frac{2}{5} \cdot \frac{3}{7} = 2 \cdot \frac{1}{5} \cdot \frac{1}{7} \cdot 3 = 2 \cdot \frac{1}{35} \cdot 3 = 2 \cdot \frac{3}{35} = \frac{6}{35}$ Dus teller keer teller en noemer keer noemer. Veel korter dus: $\frac{2}{5} \cdot \frac{3}{7} = \frac{2 \cdot 3}{5 \cdot 7} = \frac{6}{35}$

Onthoud: Bij vermenigvuldigen van breuken worden de tellers met elkaar vermenigvuldigd en de noemers met elkaar vermenigvuldigd. Ze hoeven dus niet gelijknamig gemaakt te worden.

Breuken delen. Eerst de "eenvoudige" deling één gedeeld door éénderde. $\frac{1}{\frac{1}{3}}$ Zoals 6 gedeeld door 3 betekent hoe vaak past 3 in 6 (2 keer dus) zo betekent 1 gedeeld door $\frac{1}{3}$ ook hoe vaak past $\frac{1}{3}$ in 1?

Drie keer! Dus $\frac{1}{\frac{1}{3}}=3$. Je kunt natuurlijk ook de regel toepassen dat een breuk niet verandert als je de teller en de noemer vermenigvuldigt met hetzelfde getal, in dit geval met 3. Dus: $\frac{1}{\frac{1}{3}}=\frac{1\cdot 3}{\frac{1}{3}\cdot 3}=\frac{3}{1}=3$

Dan is twee gedeeld door $\frac{1}{3}$ natuurlijk 2 keer zo groot, dus 6. Alle ingewikkeldere delingen van breuken kun je handig berekenen met de regel dat een breuk niet verandert als je de teller en de noemer vermenigvuldigt met hetzelfde getal. De enige vraag die rest is: welk getal? Uiteraard met de noemers van de breuken in de deling.

$\frac{\frac{2}{3}}{\frac{5}{7}}=\frac{\frac{2}{3}\cdot 7}{\frac{5}{7}\cdot 7}=\frac{\frac{14}{3}}{5}=\frac{\frac{14}{3}\cdot 3}{5\cdot 3}=\frac{14}{15}$ Het mag natuurlijk ook in één keer: $\frac{\frac{2}{3}}{\frac{5}{7}}=\frac{\frac{2}{3}\cdot 3\cdot 7}{\frac{5}{7}\cdot 3\cdot 7}=\frac{14}{15}$

Vergeet niet dat $\frac{1}{2}$ betekent: 1 gedeeld door 2. Vooral bij een gebroken getal delen door een geheel getal kan dit handig zijn. Delen door 3 is vermenigvuldigen met $\frac{1}{3}$. Ergens $\frac{1}{3}$ e deel van nemen of iets delen door drie is namelijk hetzelfde.

Dus $\frac{3\frac{1}{5}}{4}=3\frac{1}{5}\cdot\frac{1}{4}=\frac{16}{5}\cdot\frac{1}{4}=\frac{4}{5}$ Of toch “gewoon” $\frac{3\frac{1}{5}}{4}=\frac{\frac{16}{5}}{4}=\frac{\frac{16}{5}\cdot 5}{4\cdot 5}=\frac{16}{4\cdot 5}=\frac{4\cdot 4}{4\cdot 5}=\frac{4}{5}$