2.3 Kwadraten en wortels.

Een getal vermenigvuldigen met zichzelf heet kwadrateren. Het **kwadraat** van 5 is dus 25. Ook -5 in het kwadraat is dus 25. Notatie: $5^2 = 25$ Let op: $(-5)^2 = -5 \cdot -5 = 25$ en $-5^2 = -25$. Dit is namelijk het tegengestelde van 5^2.

$x^2 = x \cdot x$ en $2x = x + x$ Let op het verschil. Dus $3x^2 + 5x$ kun je niet korter schrijven. Zulke termen zijn niet gelijksoortig.

Het omgekeerde van kwadrateren heet worteltrekken, maar pas op! $\sqrt{9} = 3$ De **wortel** uit 9 is 3 en niet -3. terwijl $(-3)^2 = 9$ wel waar is. Per definitie (dat wil zeggen, dit is een afspraak) is de wortel uit een getal niet negatief.

Dus voor een niet negatief getal geldt: $(\sqrt{9})^2 = 9$ en ook $\sqrt{9^2} = 9$, omdat kwadrateren en worteltrekken omgekeerde bewerkingen zijn. Dus algemeen: $(\sqrt{a})^2 = a$ en $\sqrt{a^2} = a$, dit klopt natuurlijk alleen als $a \geq 0$.

Dus $\sqrt{-25}$ bestaat niet, want er is geen getal dat vermenigvuldigd met zichzelf -25 kan opleveren. $-5 \cdot -5 = 25$ en niet -25.

$-\sqrt{25}$ bestaat wel, want dit betekent: het tegengestelde van $\sqrt{25}$, dus: $-\sqrt{25} = -5$.

Kwadrateren is weer van een hogere orde dan vermenigvuldigen dus gaat dit in een serie bewerkingen vóór op de andere.

Bijvoorbeeld: Als $x = 10$ dan is $3x^2 = 3 \cdot 10^2 = 3 \cdot 100 = 300$ (en niet $30 \cdot 30 = 900$)

Let op bij minnen en negatieve getallen: als $x = 5$ dan is $30 - x^2 = 30 - 25 = 5$ maar ook als $x = -5$ dan geldt: $30 - x^2 = 30 - (-5)^2 = 30 - 25 = 5$.

Wel klopt: $\sqrt{a} \cdot \sqrt{b} = \sqrt{a \cdot b}$ Ga maar na: Als je links en rechts kwadrateert komt er *ab* uit: Rechts volgens de definitie van een wortel en links:

$(\sqrt{a} \cdot \sqrt{b})^2 = (\sqrt{a} \cdot \sqrt{b})(\sqrt{a} \cdot \sqrt{b}) = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b} \cdot \sqrt{a} \cdot \sqrt{b} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{a} \cdot \sqrt{b} \cdot \sqrt{b} = a \cdot b$

Met eenvoudige getallen kun je deze regel ook controleren, maar daarmee is nog niet bewezen dat hij altijd klopt. $\sqrt{9} \cdot \sqrt{4} = 3 \cdot 2 = 6 = \sqrt{36} = \sqrt{9 \cdot 4}$

Hieruit volgt bijvoorbeeld ook dat $\sqrt{12} = \sqrt{4 \cdot 3} = \sqrt{4} \cdot \sqrt{3} = 2 \cdot \sqrt{3} = 2\sqrt{3}$.

Reken na dat: $\sqrt{50} = 5\sqrt{2}$

Zo zie je ook in één keer dat: $\sqrt{9+4}$ **niet** $\sqrt{9} + \sqrt{4}$ is, reken maar na.

$3 \cdot \sqrt{2}$ en $5 \cdot \sqrt{2}$ zijn wel gelijksoortig. $3\sqrt{2}$ betekent immers $\sqrt{2} + \sqrt{2} + \sqrt{2}$.

Dus: $3\sqrt{2} + 5\sqrt{2} = 8\sqrt{2}$.

Soms kun je een optelling van wortels korter schrijven: $\sqrt{8} + \sqrt{50} = 2\sqrt{2} + 5\sqrt{2} = 7\sqrt{2}$.