2.5 Haakjes wegwerken en ontbinden in factoren.

Eerst haakjes wegwerken.

Let op bij de distributieve eigenschap: $2x \cdot (3x-5) = 2x \cdot 3x - 2x \cdot 5 = 6x^2 - 10x$.

Zo ook 2 keer achter elkaar:

$(2x+4)(3x-5) = 2x \cdot (3x-5) + 4 \cdot (3x-5) = 6x^2 - 10x + 12x - 20 = 6x^2 + 2x - 20$

$(x+3)^2 = (x+3)(x+3) = x^2 + 3x + 3x + 9 = x^2 + 6x + 9$

In het algemeen geldt dus: $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$. Zo ook: $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$.

Heel speciaal is ook: $(a+b)(a-b) = a^2 - ab + ab - b^2 = a^2 - b^2$

Dit heten wel: **merkwaardige producten.**

Deze zijn de moeite waard om te onthouden!

Dus: $(x+3)^2$ is **niet** $x^2 + 3^2$. Maar wel: $(x+3)^2 = x^2 + 2 \cdot 3 \cdot x + 9$

Speciale aandacht voor formules van de vorm: $(x+...)(x+...)$

$(x+2)(x+3) = x^2 + 2x + 3x + 6 = x^2 + 5x + 6$ (let op: $2+3=5$ en $2 \cdot 3 = 6$)

$(x+2)(x-3) = x^2 - 3x + 2x - 6 = x^2 - x - 6$ (let op: $2-3=-1$ en $2 \cdot -3 = -6$)

$(x-2)(x-3) = x^2 - 3x - 2x + 6 = x^2 - 5x + 6$ (let op: $-2-3=-5$ en $-2 \cdot -3 = 6$)

Dus: $(x+a)(x+b) = x^2 + ...x + ...$ Op de plek van de eerste stippeltjes staat $a+b$ en op die van de tweede stippeltjes $a \cdot b$

Bij ontbinden in factoren gebeurt het omgekeerde: $x^2 + 7x + 10 = (x+...)(x+...)$

Zoek twee getallen die opgeteld 7 en vermenigvuldigd 10 zijn. Dit zijn 5 en 2.

Dus $x^2 + 7x + 10 = (x+5)(x+2)$ Dit heet ook wel de **som-product** methode.

Bij ontbinden van $12x^2 - 9x$ zoek je een zo groot mogelijke factor waar je zowel $12x^2$ als $9x$ door kunt delen. $3x$ dus. Deze factor haal je buiten haakjes: $12x^2 - 9x = 3x \cdot (4x-3)$.

Dit ontbinden in factoren is van belang als je wilt weten wanneer er nul uit een formule komt.

Wanneer komt er nul uit $x^2 - 6x + 8$? Anders gezegd: Los op de vergelijking: $x^2 - 6x + 8 = 0$

$x^2 - 6x + 8 = 0 \iff (x-2)(x-4) = 0$. Uit een product komt nul als één van de factoren nul is, want $0 \cdot 3 = 0$ en $143 \cdot 0 = 0$. Dus $x-2=0$ of $x-4=0$ dus $x=2$ of $x=4$.

Zo ook: $4x^6 - 16x^4 = 0 \iff 2x^4 \cdot (2x^2 - 8) = 0 \iff 2x^4 = 0$ of $2x^2 - 8 = 0 \iff x = 0$ of $x^2 = 4 \iff x = 0$ of $x = -2$ of $x = 2$.